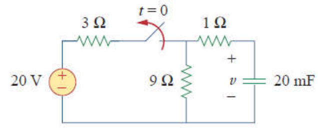
ÔN TẬP MẠCH 2

+ PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN THỜI GIAN
+ PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

First-Order Circuits

Tìm v(t) khi t≥0.



Giải

$$v_C(t) = \frac{9}{9+3}(20) = 15\text{ V}, \quad t < 0$$

$$v_C(0) = V_0 = 15\text{ V}$$

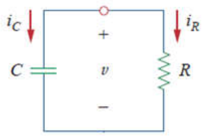
$$R_{eq} = 1 + 9 = 10\ \Omega$$

$$\tau = R_{eq}C = 10 \times 20 \times 10^{-3} = 0.2\text{ s}$$

$$v(t) = v_C(0)e^{-t/\tau} = 15e^{-t/0.2}\text{ V}$$

First-Order Circuits

$$v(0) = V_0 \qquad w(0) = \frac{1}{2}CV_0^2$$



Source-Free RC Circuit

$$i_C + i_R = 0$$

$$C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} = 0$$

$$\frac{dv}{v} = -\frac{1}{RC}dt \qquad \ln v = -\frac{t}{RC} + \ln A$$

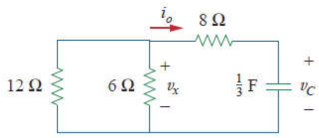
$$\ln\frac{v}{A} = -\frac{t}{RC} \qquad v(t) = Ae^{-t/RC} \qquad v(0) = A = V_0$$

$$\Rightarrow v(t) = V_0e^{-t/RC} \qquad \tau = RC \qquad v(t) = V_0e^{-t/\tau}$$

First-Order Circuits

Ví dụ

Tìm v_c, v_x, i_o khi t≥0. Biết $v_c(0)$=45V

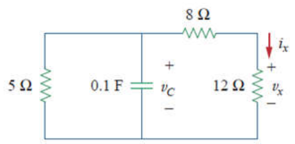


Đs: $45e^{-0.25t}$ V, $15e^{-0.25t}$ V, $-3.75e^{-0.25t}$ A.

First-Order Circuits

Cho $v_c(0)$=15V. Tìm v_c, v_x và i_x cho t>0

Giải



$$R_{eq} = \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4\ \Omega$$

Req =Rthevenin nhìn từ 2 cực của C

$$\tau = R_{eq}C = 4(0.1) = 0.4\text{ s}$$

$$v = v(0)e^{-t/\tau} = 15e^{-t/0.4}\text{ V}, \qquad v_C = v = 15e^{-2.5t}\text{ V}$$

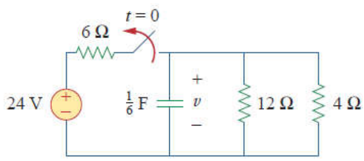
$$v_x = \frac{12}{12+8}v = 0.6(15e^{-2.5t}) = 9e^{-2.5t}\text{ V}$$

$$i_x = \frac{v_x}{12} = 0.75e^{-2.5t}\text{ A}$$

First-Order Circuits

Ví dụ

Tìm $v_{(t)}$ khi t≥0



Đs: $8e^{-2t}$ V

First-Order Circuits

$$i(0) = I_0 \qquad w(0) = \frac{1}{2}L I_0^2$$

$$v_L + v_R = 0$$

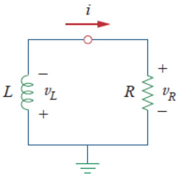
$$L\frac{di}{dt} + Ri = 0 \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$$

$$\int_{I_0}^{i(t)} \frac{di}{i} = -\int_0^t \frac{R}{L}dt$$

$$\ln i \Big|_{I_0}^{i(t)} = -\frac{Rt}{L}\Big|_0^t \quad \Rightarrow \quad \ln i(t) - \ln I_0 = -\frac{Rt}{L} + 0$$

$$\ln \frac{i(t)}{I_0} = -\frac{Rt}{L} \Rightarrow i(t) = I_0 e^{-Rt/L} \qquad \tau = \frac{L}{R}$$

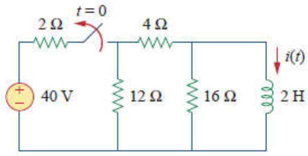
$$\Rightarrow i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$



A source-free RL circuit.

Ví dụ: công tắc được đóng trong một thời gian dài,
tại t=0 công tắc được mở ra. Tính i(t) khi t>0

Giải



$$\frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3\,\Omega$$

$$i_1 = \frac{40}{2 + 3} = 8\text{ A}$$

$$i(t) = \frac{12}{12 + 4}i_1 = 6\text{ A}, \qquad t < 0$$

$$i(0) = i(0^-) = 6\text{ A}$$

$$R_{eq} = (12 + 4) \parallel 16 = 8\,\Omega$$

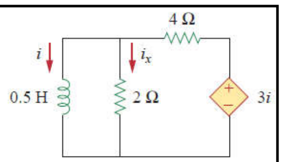
$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}\text{ s}$$

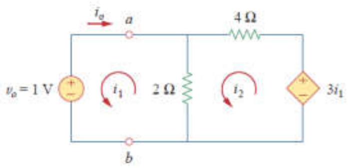
$$i(t) = i(0)e^{-t/\tau} = 6e^{-4t}\text{ A}$$

Ví dụ

Giả thiết rằng i(0)=10A, tính i(t)

Giải





$$2(i_1 - i_2) + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_1 - i_2 = -\frac{1}{2}$$

$$6i_2 - 2i_1 - 3i_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_2 = \frac{5}{6}i_1$$

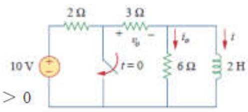
$$\Rightarrow i_1 = -3\text{ A}, \qquad i_o = -i_1 = 3\text{ A}$$

$$R_{eq} = R_{Th} = \frac{v_o}{i_o} = \frac{1}{3}\,\Omega \qquad \tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}\text{ s}$$

$$\Rightarrow i(t) = i(0)e^{-t/\tau} = 10e^{-(2/3)t}\text{ A}, \qquad t > 0$$

Ví dụ: Cho mạch như hình vẽ. Tìm i_0, v_0 và i cho toàn miền thời gian, giả thiết rằng công tắc đã được mở trong một thời gian dài.

Giải



For $t > 0$, $\qquad R_{Th} = 3 \parallel 6 = 2\,\Omega$

$$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = 1\text{ s} \quad i(t) = i(0)e^{-t/\tau} = 2e^{-t}\text{ A}, \qquad t > 0$$

$$v_o(t) = -v_L = -L\frac{di}{dt} = -2(-2e^{-t}) = 4e^{-t}\text{ V}, \qquad t > 0$$

$$i_o(t) = \frac{v_L}{6} = -\frac{2}{3}e^{-t}\text{ A}, \qquad t > 0$$

Thus, for all time,

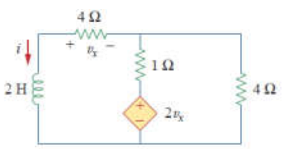
$$i_o(t) = \begin{cases} 0\text{ A}, & t < 0 \\ -\frac{2}{3}e^{-t}\text{ A}, & t > 0 \end{cases}, \qquad v_o(t) = \begin{cases} 6\text{ V}, & t < 0 \\ 4e^{-t}\text{ V}, & t > 0 \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} 2\text{ A}, & t < 0 \\ 2e^{-t}\text{ A}, & t \geq 0 \end{cases}$$

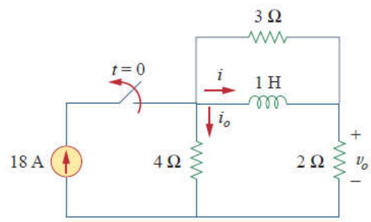
Ví dụ

Tìm i và v_x ở trong mạch .Giả thiết rằng i(0)=5A

Giải



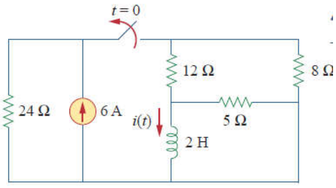
Ví dụ: Cho mạch như hình vẽ. Tìm i_0, v_0 và i cho toàn miền thời gian



$$i = \begin{cases} 12\text{ A}, & t < 0 \\ 12e^{-2t}\text{ A}, & t \geq 0 \end{cases}, \qquad i_o = \begin{cases} 6\text{ A}, & t < 0 \\ -4e^{-2t}\text{ A}, & t > 0 \end{cases},$$

$$v_o = \begin{cases} 24\text{ V}, & t < 0 \\ 8e^{-2t}\text{ V}, & t > 0 \end{cases}$$

Ví dụ: tìm i(t) , t>0



ĐS: $2e^{-2t}$ A, $t > 0$.

Step Response of an *RC* Circuit

Nếu ban đầu tụ chưa được nạp thì có thể viết lại

$$v(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ V_s(1 - e^{-t/\tau}), & t > 0 \end{cases}$$

Khi có điện áp rồi thì ta tìm được dòng điện qua tụ

$$i(t) = C\frac{dv}{dt} = \frac{C}{\tau}V_s e^{-t/\tau}, \qquad \tau = RC, \qquad t > 0$$

$$i(t) = \frac{V_s}{R}e^{-t/\tau}u(t)$$

Đôi khi người ta có thể viết dưới dạng

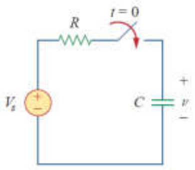
$$v(t) = v(\infty) + [v(0) - v(\infty)]e^{-t/\tau}$$

1. The initial capacitor voltage $v(0)$.
2. The final capacitor voltage $v(\infty)$.
3. The time constant τ.

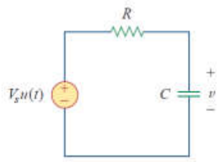
Step Response of an *RC* Circuit

When the dc source of an *RC* circuit is suddenly applied, the voltage or current source can be modeled as a step function, and the response is known as a *step response*.

The step response of a circuit is its behavior when the excitation is the step function, which may be a voltage or a current source.



(a)

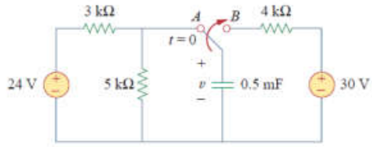


(b)

$$v(0^-) = v(0^+) = V_0$$

Step Response of an *RC* Circuit

Bài 1: Xác định v(t) for t>0



$$v(0^-) = \frac{5}{5+3}(24) = 15\text{ V} \qquad v(0) = v(0^-) = v(0^+) = 15\text{ V}$$

$$R_{Th} = 4\text{ k}\Omega, \qquad \tau = R_{Th}C = 4 \times 10^3 \times 0.5 \times 10^{-3} = 2\text{ s}$$

$$v(\infty) = 30\text{ V} \qquad v(t) = v(\infty) + [v(0) - v(\infty)]e^{-t/\tau}$$
$$= 30 + (15 - 30)e^{-t/2} = (30 - 15e^{-0.5t})\text{ V}$$

Step Response of an *RC* Circuit

Áp dụng K1; dòng qua C bằng dòng qua R

$$C\frac{dv}{dt} + \frac{v - V_s u(t)}{R} = 0 \qquad \frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} = \frac{V_s}{RC}u(t)$$

For $t > 0$,

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} = \frac{V_s}{RC} \qquad \frac{dv}{dt} = -\frac{v - V_s}{RC} \qquad \frac{dv}{v - V_s} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\ln(v - V_s)\Big|_{V_0}^{v(t)} = -\frac{t}{RC}\Big|_0^t \qquad \ln\frac{v - V_s}{V_0 - V_s} = -\frac{t}{RC}$$

$$\frac{v - V_s}{V_0 - V_s} = e^{-t/\tau}, \qquad \tau = RC$$

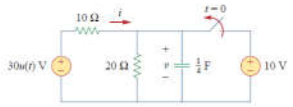
$$v - V_s = (V_0 - V_s)e^{-t/\tau}$$

$$v(t) = \begin{cases} V_0, & t < 0 \\ V_s + (V_0 - V_s)e^{-t/\tau}, & t > 0 \end{cases}$$

$$v(t) = V_s + (V_0 - V_s)e^{-t/\tau}, \qquad t > 0$$

Step Response of an *RC* Circuit

Bài 2: Công tắc được đóng trong môt thời gian dài và được mở ra tại t=0.
Tìm I và v cho toàn miền thời gian



$$30u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 30, & t > 0 \end{cases}$$

$$v(0) = v(0^-) = 10\text{ V} \qquad v = 10\text{ V}, \qquad i = -\frac{v}{10} = -1\text{ A} \qquad v(\infty) = \frac{20}{20+10}(30) = 20\text{ V}$$

$$R_{Th} = 10 \parallel 20 = \frac{10 \times 20}{30} = \frac{20}{3}\,\Omega \qquad \tau = R_{Th}C = \frac{20}{3}\cdot\frac{1}{4} = \frac{5}{3}\text{ s}$$

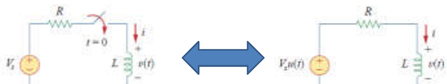
$$v(t) = v(\infty) + [v(0) - v(\infty)]e^{-t/\tau}$$
$$= 20 + (10 - 20)e^{-(3/5)t} = (20 - 10e^{-0.6t})\text{ V}$$

$$i = \frac{v}{20} + C\frac{dv}{dt}$$
$$= 1 - 0.5e^{-0.6t} + 0.25(-0.6)(-10)e^{-0.6t} = (1 + e^{-0.6t})\text{ A}$$

$$v = \begin{cases} 10\text{ V}, & t < 0 \\ (20 - 10e^{-0.6t})\text{ V}, & t \geq 0 \end{cases}$$

$$i = \begin{cases} -1\text{ A}, & t < 0 \\ (1 + e^{-0.6t})\text{ A}, & t > 0 \end{cases}$$

Step Response of an *RL* Circuit



$$i = i_t + i_{ss} \qquad i_t = Ae^{-t/\tau}, \qquad \tau = \frac{L}{R} \qquad i_{ss} = \frac{V_s}{R}$$

$$i = Ae^{-t/\tau} + \frac{V_s}{R}$$

$$i(0^+) = i(0^-) = I_0 \qquad \text{at } t = 0 \qquad I_0 = A + \frac{V_s}{R} \qquad A = I_0 - \frac{V_s}{R}$$

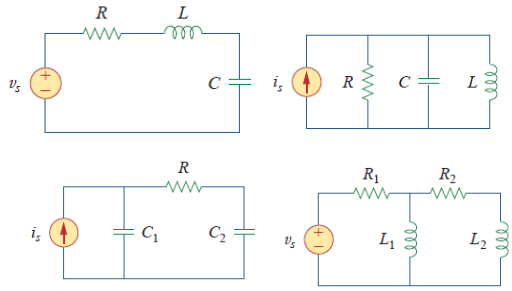
$$i(t) = \frac{V_s}{R} + \left(I_0 - \frac{V_s}{R}\right)e^{-t/\tau}$$

1. The initial inductor current $i(0)$ at $t = 0$.
2. The final inductor current $i(\infty)$.
3. The time constant τ.

$$i(t) = i(\infty) + [i(0) - i(\infty)]e^{-t/\tau} \longrightarrow v(t) = L\frac{di}{dt} = V_s\frac{L}{\tau R}e^{-t/\tau}$$

SECOND-ORDER CIRCUITS

A second-order circuit is characterized by a second-order differential equation. It consists of resistors and the equivalent of two energy storage elements.



Step Response of an *RL* Circuit

Tìm i(t) for t>0. Giả thiết công tắc được đóng trong một thời gian dài

Giải

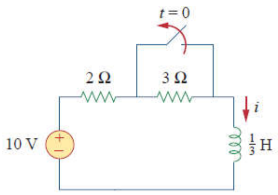
$$i(0^-) = \frac{10}{2} = 5\text{ A} \qquad i(0) = i(0^+) = i(0^-) = 5\text{ A}$$

When $t > 0$

$$i(\infty) = \frac{10}{2+3} = 2\text{ A}$$

$$R_{Th} = 2 + 3 = 5\ \Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{\frac{1}{3}}{5} = \frac{1}{15}\text{ s}$$

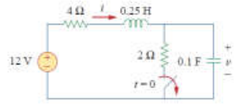


$$i(t) = i(\infty) + [i(0) - i(\infty)]e^{-t/\tau}$$
$$= 2 + (5 - 2)e^{-15t} = 2 + 3e^{-15t}\text{ A}, \qquad t > 0$$

SECOND-ORDER CIRCUITS

Finding Initial and Final Values

The switch in Fig. 8.2 has been closed for a long time. It is open at $t = 0$. Find: (a) $i(0^+)$, $v(0^+)$, (b) $di(0^+)/dt$, $dv(0^+)/dt$, (c) $i(\infty)$, $v(\infty)$.



$$i(0^-) = \frac{12}{4+2} = 2\text{ A}, \qquad v(0^-) = 2i(0^-) = 4\text{ V} \qquad i(0^+) = i(0^-) = 2\text{ A}, \qquad v(0^+) = v(0^-) = 4\text{ V}$$

At $t = 0^+$ $\quad i_C(0^+) = i(0^+) = 2\text{ A}$ $\qquad$ Since $C\,dv/dt = i_C$, $dv/dt = i_C/C$, and

$$\frac{dv(0^+)}{dt} = \frac{i_C(0^+)}{C} = \frac{2}{0.1} = 20\text{ V/s} \qquad -12 + 4i(0^+) + v_L(0^+) + v(0^+) = 0$$

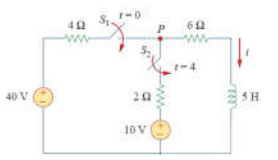
$$v_L(0^+) = 12 - 8 - 4 = 0 \qquad \frac{di(0^+)}{dt} = \frac{v_L(0^+)}{L} = \frac{0}{0.25} = 0\text{ A/s}$$

For $t > 0$

$$i(\infty) = 0\text{ A}, \qquad v(\infty) = 12\text{ V}$$

Step Response of an *RL* Circuit

Bài 3: Tìm i(t) for t>0



For $t < 0$ $\qquad i(0^-) = i(0) = i(0^+) = 0$

For 0≤t<4

$$i(\infty) = \frac{40}{4+6} = 4\text{ A}, \qquad R_{Th} = 4 + 6 = 10\ \Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}\text{ s}$$

$$i(t) = i(\infty) + [i(0) - i(\infty)]e^{-t/\tau}$$
$$= 4 + (0 - 4)e^{-2t} = 4(1 - e^{-2t})\text{ A}$$

For $t \geq 4$ $\quad i(4) = i(4^-) = 4(1 - e^{-8}) \simeq 4\text{ A}$ $\qquad \frac{40 - v}{4} + \frac{10 - v}{2} = \frac{v}{6} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{180}{11}\text{ V}$

$$i(\infty) = \frac{v}{6} = \frac{30}{11} = 2.727\text{ A} \qquad R_{Th} = 4 \parallel 2 + 6 = \frac{4 \times 2}{6} + 6 = \frac{22}{3}\ \Omega \qquad \tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{5}{\frac{22}{3}} = \frac{15}{22}\text{ s}$$

$$i(t) = i(\infty) + [i(4) - i(\infty)]e^{-(t-4)/\tau}, \qquad t \geq 4$$

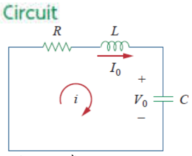
$$i(t) = 2.727 + (4 - 2.727)e^{-(t-4)/\tau}, \qquad \tau = \frac{15}{22}$$
$$= 2.727 + 1.273e^{-1.4667(t-4)}, \qquad t \geq 4$$

$$i(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 4(1 - e^{-2t}), & 0 \leq t \leq 4 \\ 2.727 + 1.273e^{-1.4667(t-4)}, & t \geq 4 \end{cases}$$

SECOND-ORDER CIRCUITS

The Source-Free Series *RLC* Circuit

Mạch được kích thích bởi năng lượng ban đầu trong L và C



$$v(0) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0} i\,dt = V_0 \qquad i(0) = I_0$$

Applying KVL $\quad Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i\,dt = 0$

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0$$

Để giải pt này chúng ta dùng 2 điều kiện ban đầu

$$Ri(0) + L\frac{di(0)}{dt} + V_0 = 0$$

Suy ra $\quad \frac{di(0)}{dt} = -\frac{1}{L}(RI_0 + V_0) \longrightarrow i = Ae^{st}$

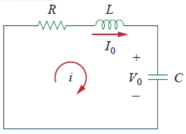
$\longrightarrow$ PTĐT $\quad s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} = 0$

$$s_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \qquad s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}, \qquad s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$s_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \qquad \alpha = \frac{R}{2L}, \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

SECOND-ORDER CIRCUITS

The Source-Free Series *RLC* Circuit



TH1: α>ω0

$$i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

TH2: α=ω0

$$s_1 = s_2 = -\alpha = -\frac{R}{2L}$$

$$i(t) = A_1 e^{-\alpha t} + A_2 e^{-\alpha t} = A_3 e^{-\alpha t} \qquad A_3 = A_1 + A_2$$

TH3: α<ω0

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{-(\omega_0^2 - \alpha^2)} = -\alpha + j\omega_d$$

$$s_2 = -\alpha - \sqrt{-(\omega_0^2 - \alpha^2)} = -\alpha - j\omega_d$$

$$\longrightarrow \quad i(t) = A_1 e^{-(\alpha - j\omega_d)t} + A_2 e^{-(\alpha + j\omega_d)t} = e^{-\alpha t}(A_1 e^{j\omega_d t} + A_2 e^{-j\omega_d t})$$

$$i(t) = e^{-\alpha t}[A_1(\cos\omega_d t + j\sin\omega_d t) + A_2(\cos\omega_d t - j\sin\omega_d t)] = e^{-\alpha t}[(A_1 + A_2)\cos\omega_d t + j(A_1 - A_2)\sin\omega_d t]$$

SECOND-ORDER CIRCUITS

The Source-Free Parallel *RLC* Circuit

TH1: α>ω0

$\alpha > \omega_0$ when $L > 4R^2C$

$$v(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

TH2: α=ω0 $\longrightarrow$ $L = 4R^2C$

$$v(t) = (A_1 + A_2 t)e^{-\alpha t}$$

TH3: α<ω0 $\longrightarrow$ $L < 4R^2C.$

$$s_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_d \qquad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

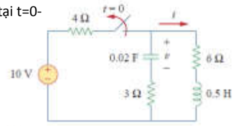
$$v(t) = e^{-\alpha t}(A_1\cos\omega_d t + A_2\sin\omega_d t)$$

Các hệ số A1 và A2 được xác định dựa theo điều kiện ban đầu

SECOND-ORDER CIRCUITS

The Source-Free Series *RLC* Circuit

Vd: Tìm i(t) trong mạch, gỉa thiết mạch đã ở xác lập tại t=0-



Giải

$$i(0) = \frac{10}{4+6} = 1\text{ A}, \qquad v(0) = 6i(0) = 6\text{ V}$$

Khi t>0

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{9}{2(\frac{1}{2})} = 9, \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}\times\frac{1}{50}}} = 10$$

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -9 \pm \sqrt{81 - 100} \longrightarrow s_{1,2} = -9 \pm j4.359$$

$$i(t) = e^{-9t}(A_1\cos 4.359t + A_2\sin 4.359t)$$

Xác định A1 và A2 theo điều kiện ban đầu

$$i(0) = 1 = A_1 \qquad \left.\frac{di}{dt}\right|_{t=0} = -\frac{1}{L}[Ri(0) + v(0)] = -2[9(1) - 6] = -6\text{ A/s}$$

$$\frac{di}{dt} = -9e^{-9t}(A_1\cos 4.359t + A_2\sin 4.359t) + e^{-9t}(4.359)(-A_1\sin 4.359t + A_2\cos 4.359t)$$

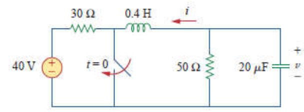
Tại t=0 $\quad -6 = -9(A_1 + 0) + 4.359(-0 + A_2) \longrightarrow A_2 = 0.6882$

$$\Rightarrow \quad i(t) = e^{-9t}(\cos 4.359t + 0.6882\sin 4.359t)\text{ A}$$

SECOND-ORDER CIRCUITS

The Source-Free Parallel *RLC* Circuit

Vd: tìm v(t) khi t>0



Giải

Khi t<0

$$v(0) = \frac{50}{30+50}(40) = \frac{5}{8}\times 40 = 25\text{ V}$$

$$i(0) = -\frac{40}{30+50} = -0.5\text{ A} \qquad \frac{dv(0)}{dt} = -\frac{v(0) + Ri(0)}{RC} = -\frac{25 - 50\times 0.5}{50\times 20\times 10^{-6}} = 0$$

Khi t>0

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2\times 50\times 20\times 10^{-6}} = 500$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.4\times 20\times 10^{-6}}} = 354$$

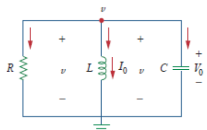
$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -500 \pm \sqrt{250{,}000 - 124{,}997.6} = -500 \pm 354$$

$$s_1 = -854, \qquad s_2 = -146 \longrightarrow v(t) = A_1 e^{-854t} + A_2 e^{-146t}$$

SECOND-ORDER CIRCUITS

The Source-Free Parallel *RLC* Circuit

Áp dụng K1 tại nút trên



$$\frac{v}{R} + \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v\,dt + C\frac{dv}{dt} = 0$$

Tại đk ban đầu pt trên được viết lại:

$$\frac{V_0}{R} + I_0 + C\frac{dv(0)}{dt} = 0 \longrightarrow \frac{dv(0)}{dt} = -\frac{(V_0 + RI_0)}{RC}$$

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{1}{RC}\frac{dv}{dt} + \frac{1}{LC}v = 0$$

$$s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC} = 0 \longrightarrow s_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \qquad \alpha = \frac{1}{2RC}, \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

SECOND-ORDER CIRCUITS

The Source-Free Parallel *RLC* Circuit

Xác định A1 và A2

Tại t=0: $\quad v(0) = 25 = A_1 + A_2 \quad \Rightarrow \quad A_2 = 25 - A_1$

$$\frac{dv}{dt} = -854A_1 e^{-854t} - 146A_2 e^{-146t}$$

$$\frac{dv(0)}{dt} = 0 = -854A_1 - 146A_2 \longrightarrow 0 = 854A_1 + 146A_2$$

$$\longrightarrow A_1 = -5.156, \qquad A_2 = 30.16$$

$$\longrightarrow v(t) = -5.156e^{-854t} + 30.16e^{-146t}\text{ V}$$

PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \phi_n)$$

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \phi_n) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \phi_n) \cos n\omega_0 t - (A_n \sin \phi_n) \sin n\omega_0 t$$

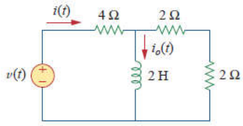
$$a_n = A_n \cos \phi_n, \qquad b_n = -A_n \sin \phi_n$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \qquad \phi_n = -\tan^{-1}\frac{b_n}{a_n} \qquad A_n\angle\phi_n = a_n - jb_n$$

Các bước giải:

1. Biểu diễn nguồn kích thích dưới dạng chuỗi Fourier nối tiếp
2. Biến đổi mạch từ miền thời gian sang miền tần số
3. Tìm đáp ứng của các thành phần DC và AC trong chuỗi Fourier nối tiếp
4. Giải mạch với các thành phần Dc và AC sau đó xếp chồng kết quả lại với nhau

PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ



$$\mathbf{I}_o = \frac{1}{4\sqrt{1+n^2}\angle\tan^{-1}n}\,\frac{2(-1)^n}{\sqrt{1+n^2}}\angle\tan^{-1}n = \frac{(-1)^n}{2(1+n^2)}$$

$$i_o(t) = \frac{1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2(1+n^2)} \cos nt \text{ A}$$

PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

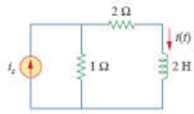
Các bước giải:

1. Biểu diễn nguồn kích thích dưới dạng chuỗi Fourier nối tiếp
2. Biến đổi mạch từ miền thời gian sang miền tần số
3. Tìm đáp ứng của các thành phần DC và AC trong chuỗi Fourier nối tiếp
4. Giải mạch với các thành phần Dc và AC sau đó xếp chồng kết quả lại với nhau

PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

Bài 5: Tìm i(t). Biết

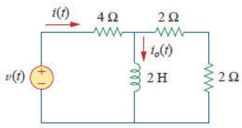
$$i_s(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos 3nt \text{ A}$$



PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

Bài 4: Tìm $i_o(t)$. Biết

$$v(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{1+n^2}(\cos nt - n \sin nt)$$



$$\omega_0 = 1, \ \omega_n = n \text{ rad/s.}$$

$$\mathbf{Z} = 4 + j\omega_n 2 \,\|\, 4 = 4 + \frac{j\omega_n 8}{4 + j\omega_n 2} = \frac{8 + j\omega_n 8}{2 + j\omega_n}$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \frac{2 + j\omega_n}{8 + j\omega_n 8}\mathbf{V} \qquad \mathbf{I}_o = \frac{4}{4 + j\omega_n 2}\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{4 + j\omega_n 4}$$

$$\omega_n = n, \longrightarrow \mathbf{I}_o = \frac{\mathbf{V}}{4\sqrt{1+n^2}\angle\tan^{-1}n}$$

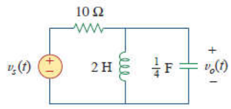
Thành phần DC: $(\omega_n = 0 \text{ or } n = 0) \qquad \mathbf{V} = 1 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_o = \frac{\mathbf{V}}{4} = \frac{1}{4}$

Thành phần hài: $\mathbf{V} = \frac{2(-1)^n}{\sqrt{1+n^2}}\angle\tan^{-1}n$

PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

Bài 6: Tìm $v_0(t)$. Biết

$$v_s(t) = 3 + \frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\sin(n\pi t)$$

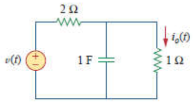


9/8/2018

PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

Bài 7: Tìm $i_0(t)$. Biết

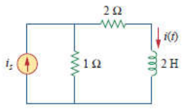
$$v(t) = \frac{1}{3} + \frac{1}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}\cos nt - \frac{\pi}{n}\sin nt\right)\text{V}$$



PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

Bài 8: Tìm i(t). Biết

$$i_s(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\cos 3nt\ \text{A}$$



7