

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP KỲ THI TUYỂN SINH TRÌNH ĐỘ THẠC SĨ
MÔN CHUYÊN NGÀNH: LÝ THUYẾT MẠCH 2

ÔN TẬP MẠCH 2

+ PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN THỜI GIAN
+ PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

1

First-Order Circuits

$$v(0) = V_0 \quad w(0) = \frac{1}{2} CV_0^2$$

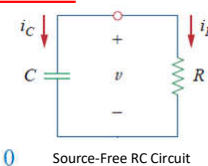
$$i_C + i_R = 0$$

$$C \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} = 0$$

$$\frac{dv}{v} = -\frac{1}{RC} dt \quad \ln v = -\frac{t}{RC} + \ln A$$

$$\ln \frac{v}{A} = -\frac{t}{RC} \quad v(t) = Ae^{-t/RC} \quad v(0) = A = V_0$$

$$\Rightarrow v(t) = V_0 e^{-t/RC} \quad \tau = RC \quad v(t) = V_0 e^{-t/\tau}$$



Source-Free RC Circuit

2

First-Order Circuits

Cho $v_C(0)=15V$. Tìm v_C , v_x và i_x cho $t>0$

Giải

$$R_{eq} = \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4 \Omega$$

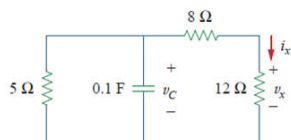
R_{eq} = Rthevenin nhìn từ 2 cực của C

$$\tau = R_{eq}C = 4(0.1) = 0.4 \text{ s}$$

$$v = v(0)e^{-t/\tau} = 15e^{-t/0.4} \text{ V}, \quad v_C = v = 15e^{-2.5t} \text{ V}$$

$$v_x = \frac{12}{12 + 8}v = 0.6(15e^{-2.5t}) = 9e^{-2.5t} \text{ V}$$

$$i_x = \frac{v_x}{12} = 0.75e^{-2.5t} \text{ A}$$



3

First-Order Circuits

Tìm $v(t)$ khi $t \geq 0$.

Giải

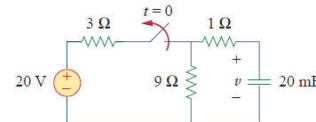
$$v_C(t) = \frac{9}{9 + 3}(20) = 15 \text{ V}, \quad t < 0$$

$$v_C(0) = V_0 = 15 \text{ V}$$

$$R_{eq} = 1 + 9 = 10 \Omega$$

$$\tau = R_{eq}C = 10 \times 20 \times 10^{-3} = 0.2 \text{ s}$$

$$v(t) = v_C(0)e^{-t/\tau} = 15e^{-t/0.2} \text{ V}$$

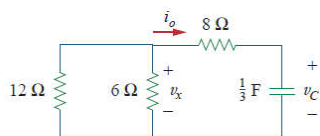


4

First-Order Circuits

Ví dụ

Tìm v_C , v_x , i_o khi $t \geq 0$. Biết $v_C(0)=45V$



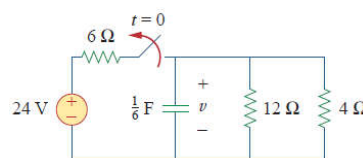
Đs: $45e^{-0.25t} \text{ V}, 15e^{-0.25t} \text{ V}, -3.75e^{-0.25t} \text{ A}.$

5

First-Order Circuits

Ví dụ

Tìm $v(t)$ khi $t \geq 0$

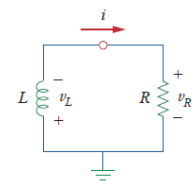


Đs: $8e^{-2t} \text{ V}$

6

First-Order Circuits

$i(0) = I_0 \quad w(0) = \frac{1}{2}LI_0^2$
 $v_L + v_R = 0$
 $L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$



A source-free RL circuit.

$$\int_{I_0}^{i(t)} \frac{di}{i} = - \int_0^t \frac{R}{L} dt$$

$$\ln i \Big|_{I_0}^{i(t)} = - \frac{Rt}{L} \Rightarrow \ln i(t) - \ln I_0 = - \frac{Rt}{L} + 0$$

$$\ln \frac{i(t)}{I_0} = - \frac{Rt}{L} \Rightarrow i(t) = I_0 e^{-Rt/L} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

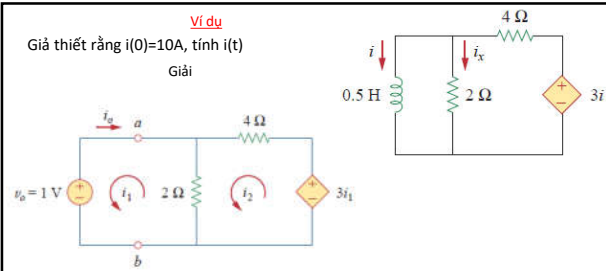
$\Rightarrow i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$

7

Ví dụ

Giả thiết rằng $i(0)=10A$, tính $i(t)$

Giải



$2(i_1 - i_2) + 1 = 0 \Rightarrow i_1 - i_2 = -\frac{1}{2}$
 $6i_2 - 2i_1 - 3i_1 = 0 \Rightarrow i_2 = \frac{5}{6}i_1$
 $R_{eq} = R_{Th} = \frac{v_o}{i_o} = \frac{1}{3} \Omega \quad \tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{1}{3} = \frac{2}{3} s$

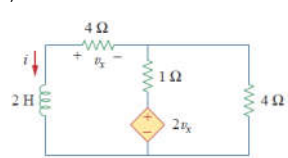
$\Rightarrow i(t) = i(0)e^{-t/\tau} = 10e^{-(2/3)t} A, \quad t > 0$

8

Ví dụ

Tim i và v_x ở trong mạch .Giả thiết rằng $i(0)=5A$

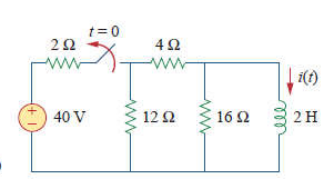
Giải



9

Ví dụ: công tắc được đóng trong một thời gian dài, tại $t=0$ công tắc được mở ra. Tính $i(t)$ khi $t>0$

Giải



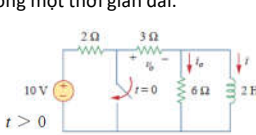
$\frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3 \Omega$
 $i_1 = \frac{40}{2 + 3} = 8 A$
 $i(t) = \frac{12}{12 + 4} i_1 = 6 A, \quad t < 0$
 $i(0) = i(0^-) = 6 A$
 $R_{eq} = (12 + 4) \parallel 16 = 8 \Omega$
 $\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} s$

$i(t) = i(0)e^{-t/\tau} = 6e^{-4t} A$

10

Ví dụ: Cho mạch như hình vẽ. Tim i_o, v_o và i cho toàn miền thời gian, giả thiết rằng công tắc đã được mở trong một thời gian dài.

Giải



For $t > 0$, $R_{Th} = 3 \parallel 6 = 2 \Omega$

$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = 1 s \quad i(t) = i(0)e^{-t/\tau} = 2e^{-t} A, \quad t > 0$
 $v_o(t) = -v_L = -L \frac{di}{dt} = -2(-2e^{-t}) = 4e^{-t} V, \quad t > 0$
 $i_o(t) = \frac{v_L}{6} = -\frac{2}{3}e^{-t} A, \quad t > 0$

Thus, for all time,

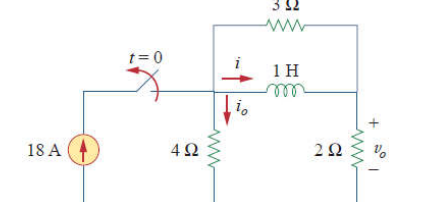
$$i_o(t) = \begin{cases} 0 A, & t < 0 \\ -\frac{2}{3}e^{-t} A, & t > 0 \end{cases} \quad v_o(t) = \begin{cases} 6 V, & t < 0 \\ 4e^{-t} V, & t > 0 \end{cases}$$

$$i(t) = \begin{cases} 2 A, & t < 0 \\ 2e^{-t} A, & t \geq 0 \end{cases}$$

11

Ví dụ: Cho mạch như hình vẽ. Tim i_o, v_o và i cho toàn miền thời gian

Giải



$i = \begin{cases} 12 A, & t < 0 \\ 12e^{-2t} A, & t \geq 0 \end{cases} \quad i_o = \begin{cases} 6 A, & t < 0 \\ -4e^{-2t} A, & t > 0 \end{cases}$
 $v_o = \begin{cases} 24 V, & t < 0 \\ 8e^{-2t} V, & t > 0 \end{cases}$

12

Ví dụ: tìm $i(t)$, $t > 0$

ĐS: $2e^{-2t}$ A, $t > 0$.

13

Step Response of an RC Circuit

When the dc source of an RC circuit is suddenly applied, the voltage or current source can be modeled as a step function, and the response is known as a *step response*.

The *step response* of a circuit is its behavior when the excitation is the step function, which may be a voltage or a current source.

$v(0^-) = v(0^+) = V_0$

14

Step Response of an RC Circuit

Áp dụng K1; dòng qua C bằng dòng qua R

$$C \frac{dv}{dt} + \frac{v - V_s u(t)}{R} = 0 \quad \frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} = \frac{V_s}{RC} u(t)$$

For $t > 0$,

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} = \frac{V_s}{RC} \quad \frac{dv}{dt} = -\frac{v - V_s}{RC} \quad \frac{dv}{v - V_s} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\ln(v - V_s) \Big|_{V_0}^{v(t)} = -\frac{t}{RC} \Big|_0^t \quad \ln \frac{v - V_s}{V_0 - V_s} = -\frac{t}{RC}$$

$$\frac{v - V_s}{V_0 - V_s} = e^{-t/\tau}, \quad \tau = RC$$

$$v - V_s = (V_0 - V_s)e^{-t/\tau} \quad v(t) = \begin{cases} V_0, & t < 0 \\ V_s + (V_0 - V_s)e^{-t/\tau}, & t > 0 \end{cases}$$

$v(t) = V_s + (V_0 - V_s)e^{-t/\tau}, \quad t > 0$

15

Step Response of an RC Circuit

Nếu ban đầu tụ chưa được nạp thì có thể viết lại

$$v(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ V_s(1 - e^{-t/\tau}), & t > 0 \end{cases}$$

Khi có điện áp rồi thì ta tìm được dòng điện qua tụ

$$i(t) = C \frac{dv}{dt} = \frac{C}{\tau} V_s e^{-t/\tau}, \quad \tau = RC, \quad t > 0$$

$$i(t) = \frac{V_s}{R} e^{-t/\tau} u(t)$$

Đôi khi người ta có thể viết dưới dạng

$$v(t) = v(\infty) + [v(0) - v(\infty)]e^{-t/\tau}$$

1. The initial capacitor voltage $v(0)$.
2. The final capacitor voltage $v(\infty)$.
3. The time constant τ .

16

Step Response of an RC Circuit

Bài 1: Xác định $v(t)$ for $t > 0$

$v(0^-) = \frac{5}{5+3}(24) = 15$ V $v(0) = v(0^-) = v(0^+) = 15$ V

$R_{Th} = 4$ k Ω , $\tau = R_{Th}C = 4 \times 10^3 \times 0.5 \times 10^{-3} = 2$ s

$v(\infty) = 30$ V $v(t) = v(\infty) + [v(0) - v(\infty)]e^{-t/\tau}$
 $= 30 + (15 - 30)e^{-t/2} = (30 - 15e^{-0.5t})$ V

17

Step Response of an RC Circuit

Bài 2: Công tắc được đóng trong một thời gian dài và được mở ra tại $t=0$.
 Tìm i và v cho toàn miền thời gian

$30i(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 30, & t > 0 \end{cases}$

$v(0) = v(0^-) = 10$ V $v = 10$ V, $i = -\frac{v}{10} = -1$ A $v(\infty) = \frac{20}{20+10}(30) = 20$ V

$R_{Th} = 10 \parallel 20 = \frac{10 \times 20}{30} = \frac{20}{3}$ Ω $\tau = R_{Th}C = \frac{20}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{3}$ s

$v(t) = v(\infty) + [v(0) - v(\infty)]e^{-t/\tau}$
 $= 20 + (10 - 20)e^{-3t/5} = (20 - 10e^{-0.6t})$ V

$i = \frac{v}{20} + C \frac{dv}{dt}$
 $= 1 - 0.5e^{-0.6t} + 0.25(-0.6)(-10)e^{-0.6t} = (1 + e^{-0.6t})$ A

$$v = \begin{cases} 10 \text{ V}, & t < 0 \\ (20 - 10e^{-0.6t}) \text{ V}, & t \geq 0 \end{cases}$$

$$i = \begin{cases} -1 \text{ A}, & t < 0 \\ (1 + e^{-0.6t}) \text{ A}, & t > 0 \end{cases}$$

18

Step Response of an RL Circuit

$i = i_t + i_{ss}$ $i_t = Ae^{-t/\tau}$ $\tau = \frac{L}{R}$ $i_{ss} = \frac{V_s}{R}$

$i = Ae^{-t/\tau} + \frac{V_s}{R}$

$i(0^+) = i(0^-) = I_0$ at $t = 0$ $I_0 = A + \frac{V_s}{R}$ $A = I_0 - \frac{V_s}{R}$

$i(t) = \frac{V_s}{R} + \left(I_0 - \frac{V_s}{R} \right) e^{-t/\tau}$

1. The initial inductor current $i(0)$ at $t = 0$.
2. The final inductor current $i(\infty)$.
3. The time constant τ .

$i(t) = i(\infty) + [i(0) - i(\infty)]e^{-t/\tau} \longrightarrow v(t) = L \frac{di}{dt} = V_s \frac{L}{\tau R} e^{-t/\tau}$

19

Step Response of an RL Circuit

Tim $i(t)$ for $t > 0$. Giả thiết công tắc được đóng trong một thời gian dài

Giải

$i(0^-) = \frac{10}{2} = 5 \text{ A}$ $i(0) = i(0^+) = i(0^-) = 5 \text{ A}$

When $t > 0$

$i(\infty) = \frac{10}{2+3} = 2 \text{ A}$

$R_{Th} = 2 + 3 = 5 \Omega$

$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{1/3}{5} = \frac{1}{15} \text{ s}$

$i(t) = i(\infty) + [i(0) - i(\infty)]e^{-t/\tau}$
 $= 2 + (5 - 2)e^{-15t} = 2 + 3e^{-15t} \text{ A}, \quad t > 0$

20

Step Response of an RL Circuit

Bài 3: Tim $i(t)$ for $t > 0$

For $t < 0$ $i(0^-) = i(0) = i(0^+) = 0$

For $0 \leq t < 4$

$\bar{i}(\infty) = \frac{40}{4+6} = 4 \text{ A}, \quad R_{Th} = 4 + 6 = 10 \Omega$

$\tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ s}$

$\bar{i}(t) = \bar{i}(\infty) + [\bar{i}(0) - \bar{i}(\infty)]e^{-t/\tau}$
 $= 4 + (0 - 4)e^{-2t} = 4(1 - e^{-2t}) \text{ A}$

For $t \geq 4$ $\bar{i}(4) = \bar{i}(4^-) = 4(1 - e^{-8}) \approx 4 \text{ A}$

$\frac{40 - v}{4} + \frac{10 - v}{2} = \frac{v}{6} \implies v = \frac{180}{11} \text{ V}$

$\bar{i}(\infty) = \frac{v}{6} = \frac{30}{11} = 2.727 \text{ A}, \quad R_{Th} = 4 \parallel 2 + 6 = \frac{4 \times 2}{6} + 6 = \frac{22}{3} \Omega, \quad \tau = \frac{L}{R_{Th}} = \frac{5}{22/3} = \frac{15}{22} \text{ s}$

$\bar{i}(t) = \bar{i}(\infty) + [\bar{i}(4) - \bar{i}(\infty)]e^{-(t-4)/\tau}, \quad t \geq 4$

$\bar{i}(t) = 2.727 + (4 - 2.727)e^{-(t-4)/\tau}, \quad \tau = \frac{15}{22}$
 $= 2.727 + 1.273e^{-1.4667(t-4)}, \quad t \geq 4$

$i(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 4(1 - e^{-2t}), & 0 \leq t \leq 4 \\ 2.727 + 1.273e^{-1.4667(t-4)}, & t \geq 4 \end{cases}$

21

SECOND-ORDER CIRCUITS

A second-order circuit is characterized by a second-order differential equation. It consists of resistors and the equivalent of two energy storage elements.

22

SECOND-ORDER CIRCUITS

Finding Initial and Final Values

The switch in Fig. 8.2 has been closed for a long time. It is open at $t = 0$. Find: (a) $i(0^+)$, $v(0^+)$, (b) $\frac{di(0^+)}{dt}$, $\frac{dv(0^+)}{dt}$, (c) $i(\infty)$, $v(\infty)$.

$i(0^-) = \frac{12}{4+2} = 2 \text{ A}, \quad v(0^-) = 2i(0^-) = 4 \text{ V} \quad i(0^+) = i(0^-) = 2 \text{ A}, \quad v(0^+) = v(0^-) = 4 \text{ V}$

At $t = 0^+$ $i_C(0^+) = i(0^+) = 2 \text{ A}$ Since $C \frac{dv}{dt} = i_C$, $\frac{dv}{dt} = i_C/C$, and

$\frac{dv(0^+)}{dt} = \frac{i_C(0^+)}{C} = \frac{2}{0.1} = 20 \text{ V/s}$ $-12 + 4i(0^+) + v_L(0^+) + v(0^+) = 0$

$v_L(0^+) = 12 - 8 - 4 = 0$ $\frac{dv_L(0^+)}{dt} = \frac{v_L(0^+)}{L} = \frac{0}{0.25} = 0 \text{ A/s}$

For $t > 0$

$\bar{i}(\infty) = 0 \text{ A}, \quad v(\infty) = 12 \text{ V}$

23

SECOND-ORDER CIRCUITS

The Source-Free Series RLC Circuit

Mạch được kích thích bởi năng lượng ban đầu trong L và C

$v(0) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 i dt = V_0$ $i(0) = I_0$

Applying KVL $Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt = 0$

$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0$ Để giải pt này chúng ta dùng 2 điều kiện ban đầu

$Ri(0) + L \frac{di(0)}{dt} + V_0 = 0$ Suy ra $\frac{di(0)}{dt} = -\frac{1}{L}(RI_0 + V_0) \longrightarrow i = Ae^{st}$

\longrightarrow PTĐT $s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} = 0$

$s_1 = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$ $s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$ $s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$

$s_2 = \frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$ $\alpha = \frac{R}{2L}$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

24

SECOND-ORDER CIRCUITS

The Source-Free Series RLC Circuit

TH1: $\alpha > \omega_0$

$$i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

TH2: $\alpha = \omega_0$

$$s_1 = s_2 = -\alpha = -\frac{R}{2L}$$

$$i(t) = A_1 e^{-\alpha t} + A_2 t e^{-\alpha t} \quad A_3 = A_1 + A_2$$

TH3: $\alpha < \omega_0$

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -\alpha + j\omega_d$$

$$s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -\alpha - j\omega_d$$

$$i(t) = A_1 e^{-(\alpha - j\omega_d)t} + A_2 e^{-(\alpha + j\omega_d)t}$$

$$= e^{-\alpha t} (A_1 e^{j\omega_d t} + A_2 e^{-j\omega_d t})$$

$$i(t) = e^{-\alpha t} [A_1 (\cos \omega_d t + j \sin \omega_d t) + A_2 (\cos \omega_d t - j \sin \omega_d t)]$$

$$= e^{-\alpha t} [(A_1 + A_2) \cos \omega_d t + j(A_1 - A_2) \sin \omega_d t]$$

25

SECOND-ORDER CIRCUITS

The Source-Free Series RLC Circuit

Vd: Tìm $i(t)$ trong mạch, giả thiết mạch đã ở xác lập tại $t=0$

Giải

$$i(0) = \frac{10}{4+6} = 1 \text{ A}, \quad v(0) = 6i(0) = 6 \text{ V}$$

Khi $t > 0$

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{9}{2(\frac{1}{10})} = 9, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{1}{20}}} = 10$$

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -9 \pm \sqrt{81 - 100} \rightarrow s_{1,2} = -9 \pm j4.359$$

Xác định A_1 và A_2 theo điều kiện ban đầu

$$i(0) = 1 = A_1$$

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{1}{L} [Ri(0) + v(0)] = -2[9(1) + 6] = -6 \text{ A/s}$$

$$\frac{di}{dt} = -9e^{-9t}(A_1 \cos 4.359t + A_2 \sin 4.359t)$$

$$+ e^{-9t}(4.359)(-A_1 \sin 4.359t + A_2 \cos 4.359t)$$

Tại $t=0$

$$-6 = -9(A_1 + 0) + 4.359(-0 + A_2) \rightarrow A_2 = 0.6882$$

$$\rightarrow i(t) = e^{-9t}(\cos 4.359t + 0.6882 \sin 4.359t) \text{ A}$$

26

SECOND-ORDER CIRCUITS

The Source-Free Parallel RLC Circuit

Áp dụng K1 tại nút trên

$$\frac{v}{R} + \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v dt + C \frac{dv}{dt} = 0$$

Tại dk ban đầu pt trên được viết lại:

$$\frac{V_0}{R} + I_0 + C \frac{dv(0)}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dv(0)}{dt} = -\frac{(V_0 + RI_0)}{RC}$$

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{LC} v = 0$$

$$s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC} = 0 \rightarrow s_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad \alpha = \frac{1}{2RC}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

27

SECOND-ORDER CIRCUITS

The Source-Free Parallel RLC Circuit

TH1: $\alpha > \omega_0$

$$\alpha > \omega_0 \text{ when } L > 4R^2C$$

$$v(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

TH2: $\alpha = \omega_0 \rightarrow L = 4R^2C$

$$v(t) = (A_1 + A_2 t) e^{-\alpha t}$$

TH3: $\alpha < \omega_0 \rightarrow L < 4R^2C$

$$s_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_d \quad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

$$v(t) = e^{-\alpha t} (A_1 \cos \omega_d t + A_2 \sin \omega_d t)$$

Các hệ số A_1 và A_2 được xác định dựa theo điều kiện ban đầu

28

SECOND-ORDER CIRCUITS

The Source-Free Parallel RLC Circuit

Vd: tìm $v(t)$ khi $t > 0$

Giải

Khi $t < 0$

$$v(0) = \frac{50}{30+50}(40) = \frac{5}{8} \times 40 = 25 \text{ V}$$

$$i(0) = \frac{40}{30+50} = -0.5 \text{ A} \quad \frac{dv(0)}{dt} = -\frac{v(0) + Ri(0)}{RC} = -\frac{25 - 50 \times 0.5}{50 \times 20 \times 10^{-6}} = 0$$

Khi $t > 0$

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2 \times 50 \times 20 \times 10^{-6}} = 500 \quad s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.4 \times 20 \times 10^{-6}}} = 354$$

$$s_{1,2} = -500 \pm \sqrt{250,000 - 124,997.6} = -500 \pm 354$$

$$s_1 = -854, \quad s_2 = -146 \rightarrow v(t) = A_1 e^{-854t} + A_2 e^{-146t}$$

29

SECOND-ORDER CIRCUITS

The Source-Free Parallel RLC Circuit

Xác định A_1 và A_2

Tại $t=0$: $v(0) = 25 = A_1 + A_2 \Rightarrow A_2 = 25 - A_1$

$$\frac{dv}{dt} = -854A_1 e^{-854t} - 146A_2 e^{-146t}$$

$$\frac{dv(0)}{dt} = 0 = -854A_1 - 146A_2 \rightarrow 0 = 854A_1 + 146A_2$$

$$\rightarrow A_1 = -5.156, \quad A_2 = 30.16$$

$$\rightarrow v(t) = -5.156 e^{-854t} + 30.16 e^{-146t} \text{ V}$$

30

PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \phi_n)$$

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \phi_n) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \phi_n) \cos n\omega_0 t - (A_n \sin \phi_n) \sin n\omega_0 t$$

$$a_n = A_n \cos \phi_n, \quad b_n = -A_n \sin \phi_n$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \phi_n = -\tan^{-1} \frac{b_n}{a_n}, \quad A_n / \phi_n = a_n - j b_n$$

Các bước giải:

1. Biểu diễn nguồn kích thích dưới dạng chuỗi Fourier nối tiếp
2. Biến đổi mạch từ miền thời gian sang miền tần số
3. Tìm đáp ứng của các thành phần DC và AC trong chuỗi Fourier nối tiếp
4. Giải mạch với các thành phần DC và AC sau đó xếp chồng kết quả lại với nhau

31

PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

Các bước giải:

1. Biểu diễn nguồn kích thích dưới dạng chuỗi Fourier nối tiếp
2. Biến đổi mạch từ miền thời gian sang miền tần số
3. Tìm đáp ứng của các thành phần DC và AC trong chuỗi Fourier nối tiếp
4. Giải mạch với các thành phần DC và AC sau đó xếp chồng kết quả lại với nhau

32

PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

Bài 4: Tìm $i_o(t)$. Biết

$$v(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{1+n^2} (\cos nt - n \sin nt)$$

$$\omega_0 = 1, \quad \omega_n = n \text{ rad/s.}$$

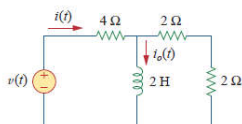
$$Z = 4 + j\omega_n 2 \parallel 4 = 4 + \frac{j\omega_n 8}{4 + j\omega_n 2} = \frac{8 + j\omega_n 8}{2 + j\omega_n}$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{2 + j\omega_n}{8 + j\omega_n 8} V, \quad I_o = \frac{4}{4 + j\omega_n 2} I = \frac{V}{4 + j\omega_n 4}$$

$$\omega_n = n, \quad \rightarrow I_o = \frac{V}{4\sqrt{1+n^2} / \tan^{-1} n}$$

$$\text{Thành phần DC: } (\omega_n = 0 \text{ or } n = 0) \quad V = 1 \quad \Rightarrow \quad I_o = \frac{V}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Thành phần hài: } V = \frac{2(-1)^n}{\sqrt{1+n^2}} / \tan^{-1} n$$

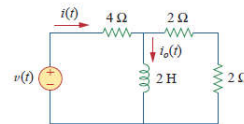


33

PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

$$I_o = \frac{1}{4\sqrt{1+n^2} / \tan^{-1} n} \frac{2(-1)^n}{\sqrt{1+n^2}} / \tan^{-1} n = \frac{(-1)^n}{2(1+n^2)}$$

$$i_o(t) = \frac{1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2(1+n^2)} \cos nt \text{ A}$$

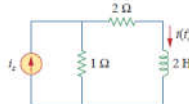


34

PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

Bài 5: Tìm $i(t)$. Biết

$$i_s(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos 3n\pi t \text{ A}$$

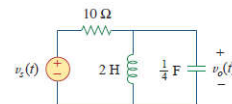


35

PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐ

Bài 6: Tìm $v_o(t)$. Biết

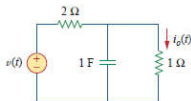
$$v_s(t) = 3 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin(n\pi t)$$



36

PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐBài 7: Tìm $i(t)$. Biết

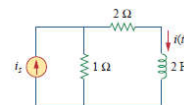
$$v(t) = \frac{1}{3} + \frac{1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} \cos nt - \frac{\pi}{n} \sin nt \right) \text{ V}$$



37

PHÂN TÍCH MẠCH TRONG MIỀN TẦN SỐBài 8: Tìm $i(t)$. Biết

$$i_s(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos 3nt \text{ A}$$



38